قوانين الضرب المختصر – صف تاسع

دائما عندما نتطرق الى الحديث عن قوانين الضرب المختصر , نستهل كلامنا عن قوانين التوزيع :

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + \boldsymbol{bc} + \boldsymbol{bd}$$

فما السبب؟

السبب هو ان **قوانين الضرب المختصر** هي عملياً تنفيذ للعمليات المكتوبة أعلاه , لكن **بوقت زمني مختصر!** ولان استخدامها في الرياضيات يحدث بوتيرة عاليه جدا , فانه من المحتم على المتعامل بالرياضيات ان يحفظ هذه القوانين عن ظهر قلب! **اذن نحن نتعامل مع قوانين – يجب حفظها عن ظهر قلب والتمكن منها بشكل كامل !**

القانون الأول :

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

ضرب مختصر ←

→ تحليل إلى عوامل

$$(a - b) \cdot (a + b) = a \cdot a + a \cdot b - \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{b} = a^2 + \cancel{ab} - \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

أمثلة :

- $(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$
- $(m - n) \cdot (m + n) = m^2 - n^2$
- $(abc - de) \cdot (abc + de) = (abc)^2 - (de)^2$
- $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = x - y$

طريقة لحل (س5 ص67 – جابي يكوئيل تاسع):

نجد العدد الموجود على بُعد (فرقيّة) مساوٍ **قبل** العدد الأكبر , **وبعد** العدد الأصغر. وذلك بواسطة **جمع العددين وقسمة المجموع على اثنين .. مثلا في بند أ , العددان هما (31 و 29) , مجموعها 60 ونصف حاصل الجمع هو 30.** كتابة الضرب تكون كالتالي :

$$31 \cdot 29 = (\boldsymbol{30} + 1) \cdot (\boldsymbol{30} - 1) = 30^2 - 1^2 = 900 - 1 = 899$$

البند "و" كمثال إضافي : العددان 103 و 97 .. مجموعهما 200 ونصف حاصل الجمع هو 100 , من هنا :

$$103 \cdot 97 = (\boldsymbol{100} + 3) \cdot (\boldsymbol{100} - 3) = 100^2 - 3^2 = 10{,}000 - 9 = 9{,}991$$

حل سؤال للتفكير (س9 ص68 – جابي يكوئيل تاسع):

إحسبوا التمرين التالي : $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} =$

نضرب جميع الكسور كلٌ على حدة بالقيمة 1 (باستخدام حيلة وهي ضرب الكسر بالاول بـ $\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4}-\sqrt{3}}$ والثاني بـ $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ والكسر الثالث بـ $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}-\sqrt{1}}$).

$$\underbrace{\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4}-\sqrt{3}}}_{\sqrt{4}^2 - \sqrt{3}^2 = 4 - 3 = 1} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}_{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2 = 3 - 2 = 1} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} \cdot \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}-\sqrt{1}}}_{\sqrt{2}^2 - \sqrt{1}^2 = 2 - 1 = 1} = \sqrt{4} - \cancel{\sqrt{3}} + \cancel{\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{2}} + \cancel{\sqrt{2}} - \sqrt{1}$$

$$= \sqrt{4} - \sqrt{1} = 2 - 1 = \boxed{1}$$

القانون الثاني :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(ضرب مختصر ←، → تحليل إلى عوامل)

$$(a+b)\cdot(a+b) = a\cdot a + a\cdot b + \boldsymbol{b\cdot a} + \boldsymbol{b\cdot b} = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

القانون الثالث :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(ضرب مختصر ←، → تحليل إلى عوامل)

$$(a-b)\cdot(a-b) = a\cdot a - a\cdot b - \boldsymbol{b\cdot a} + \boldsymbol{b\cdot b} = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

أمثلة :

- $(a-3)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot 3 + 3^2 = a^2 - 6\cdot a + 9$
- $(3c-2)^2 = (3c)^2 - 2\cdot(3c)\cdot 2 + 2^2 = 9c^2 - 6\cdot c + 4$
- $\left(\frac{c}{2}+2\right)^2 = (\frac{c}{2})^2 + 2\cdot\left(\frac{c}{2}\right)\cdot 2 + 2^2 = \frac{c^2}{4} + 2\cdot c + 4$

حل س19 ص77 – جابي يكوئيل تاسع:

استعينوا بمعطيات كلّ بند واحسبوا قيمة التعبير $(a+b)^2$ وقيمة التعبير $(a-b)^2$ **بدون أن تحسبوا** قيمتي a و b.

أ. $a^2+b^2 = 57$, $ab = 10$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \rightarrow \quad (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 57 + 2\cdot 10 = 77$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \rightarrow \quad (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 57 - 2\cdot 10 = 37$

ب. $a^2+b^2 = 30$, $ab = 15$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \rightarrow \quad (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 30 + 2\cdot 15 = 60$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \rightarrow \quad (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 30 - 2\cdot 15 = 0$

ج. $a^2+b^2 = 50$, $ab = -7$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \rightarrow \quad (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 50 + 2\cdot(-7) = 36$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \rightarrow \quad (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 50 - 2\cdot(-7) = 64$

للتوسُّع ينصح بمشاهدة التسجيل حول "مثلث باسكال" – في الموقع من هنا

وسام السلوي 2019